

区间型数据下复杂系统可靠度估计及性质的研究

张学玲¹, 张国志¹, 张 伟²

(1. 哈尔滨理工大学 应用科学学院, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 哈尔滨师范大学 数学科学院, 黑龙江 哈尔滨 150025)

摘 要:本文考虑的基于的是最小路径描述的复杂系统,其中各子系统是相互独立的,且寿命分布未知.在子系统寿命数据为区间型数据条件下,给出了系统可靠度函数的估计,并且对其性质进行了研究.

关键词:区间型数据; 可靠度函数; 最小路径

中图分类号: O213.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2012)01-0108-04

The Study Of Reliability Estimates And Properties With Interval Censored Date For The Class Of Complex System

ZHANG Xue-ling¹, ZHANG Guo-zhi¹, ZHANG Wei²

(1. College of Applied Science, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. College of Mathematics Science, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150025, China)

Abstract: In this paper, our consideration is based on the complex systems discribed by minimum path. The subsystems are independent, and life distribution is unknown. Each subsystem data is interval censored data, and gives estimation of system reliability function and analysis of the properties.

Key words: Interval censored data; reliability function; minimum path

0 引 言

产品从简单的单个元件到由众多元件组成的复杂系统应有尽有.可靠性就是评估产品正常工作的能力,是衡量其质量的一个重要指标.实际上,由众多元件组成的系统一般是很复杂的,需要用多个随机变量进行描述.一个由多个子系统按一定方式构成的系统,称为复杂系统.复杂系统通常用最小路径或最小割集描述.对复杂系统的可靠性进行研究,主要是在两个方面,一是系统可靠度的计算,二是系统特征指标的统计推断.本文研究的是复杂系统部分特征指标的统计推断问题.

在实际问题中,直接来自系统的数据信息是很少的,通常我们能够获得的是子系统的数据信息,那么由子系统数据信息研究系统的可靠性自然就是一个人们普遍关注的问题了.而子系统数据信息的形式是多种多样的.对于系统可靠性的统计推断通常都是假定:子系统分布已知,或寿命数据是完全的.对基于最小路径或最小割集描述的复杂系统,子系统的寿命分布未知,且来自其子系统的寿命数据是不完全的.这种条件下的研究目前几乎没有涉及.区间型数据是不完全数据的一种形式.因此在区间型数据下,对系统可靠性的特征指标进行统计既有重要的理论意义又有普遍的应用价值.

随机试验中,经常出现这种情况,随机变量 X

收稿日期: 2010-06-19

基金项目: 黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11551094,11551134)

作者简介: 张学玲(1985—),女,硕士研究生,E-mail: zhangxuelingling@126.com;

张国志(1961—),男,教授,硕士生导师,E-mail: zhangguozhi0908@163.com.

是落入某个可观察区间的,但不知道其的具体观察值,这种数据称为区间数据. 对区间型数据的研究可以追溯到很久以前,20 世纪 60 年代的按时间分组数据研究可视为它的一种特殊情况,生物医学的数据处理中常按时间顺序 $a_0 < a_1 < \dots < a_n < \infty$, 把时间分成若干段 $[a_0, a_1]$, $[a_1, a_2]$, $\dots$, $[a_n, \infty)$, 然后看看被考察对象(如寿命长度、药物起作用的时间等)出现在哪个时段中,或者说考虑每一时段中被考察对象的个数,然后作出统计推断. GunnarKull-dorff (1961) 对这种分组数据的参数估计作过研究,他主要是研究指数分布的. 同类的研究也一直受到人们的关注. 文 [1] 在区间型数据下,研究了如何估计 X 的分布函数(或分布函数的函数与泛函)的方法,运用非参数极大似然估计方法,给出分布函数的估计,并且讨论了其估计量的性质. 文 [2] 在区间删失数据下,介绍了凸 Minorant 分布估计算法和收敛情况;文 [3] 在已知的区间删失数据条件下,运用非参数估计方法,给出分布函数的估计;文 [4] 深入研究了关于渐近最优估计平稳区间的功能检验;文 [5]、[6]、[7] 都是介绍关于区间数据下分布函数估计问题方面的成果. 文 [8] 在用随机变量的分布函数完全描述随机变量取值的概率规律下,讨论了一维连续实随机变量序列的分布函数的一些性质. 文 [9] 提供了一种指数寿命定时截尾寿命试验数据情形下参数的点估计方法,并在该点估计的基础上,利用 Winterbottom 推广了的 WCF 展开给出了参数的区间估计. 进一步讨论了部件为指数寿命定时截尾寿命试验数据情形下系统可靠性综合问题,并通过数值模拟说明本文方法的可行性. 文 [10] 将求参数函数置信下限的 WCF 方法推广到参数的估计量之间具有相关性的一般情形;利用了推广了的公式,给出了求单个威布尔型设备及含威布尔型设备的系统可靠度置信下限的方法,并且进行了模拟研究,模拟结果表明,该方法优于基于渐近正态性的近似方法,尤其是在中小样本情况.

在两状态系统的统计推断问题中,人们所关注的问题有:系统可靠度的估计,系统可靠度置信下限的估计,子系统重要度的估计与检验等问题. 系统特征指标的统计推断方面的研究相对较少. 主要原因是子系统的寿命分布不一定相同,有的不容易确定;系统结构的复杂性也使得检验统计量的渐近分布不容易得到. 文 [11] 考虑了子系统寿命为指数分布的串联系统的失效率检验问题,给出条件一致精确无偏检验. 文 [12] 通过把非指数分布近似化为指数分

布的方法,进一步考虑了子系统寿命服从不同分布的情况,完成了相应的检验问题. 文 [13] 基于最小路径、最小割集的一般两状态复杂系统,首次给出了系统可靠度的解析表达式及算法实现. 为复杂系统的研究(不管是系统可靠度的计算,还是系统特征指标的统计推断)提供了一个有效的工具. 文 [14-16] 对系统特征指标的统计推断问题做了研究,得到了一些结果. 而在每个子系统数据是区间型数据下,系统可靠度的估计及其性质方面的研究并未涉及.

1 主要的结果

首先给出一些引理. [1] 中对区间型数据的分布函数估计形式及其性质的叙述如下所示:

设 $\{T_i\}$ 是一列独立随机变量(也可以是常数)序列,它是可以被观察到的. 令

$$\delta_i = I_{\{X_i \leq T_i\}} = \begin{cases} 1, & X_i \leq T_i, \\ 0, & X_i > T_i. \end{cases} \quad (1)$$

虽不能观察到 X_i ,但却能观察到 (T_i, δ_i) , $i = 1, 2, \dots, n$. 在实践中,往往 $\{T_i\}$ 是试验时刻,试验到 T_i 为止. 并且用非参数极大似然估计了区间数据的分布函数的形式. 在平面上点 $(i, \sum_{j \leq i} \delta_{(j)})$ 处用区间数据估计的分布函数为

$$y_m = \hat{F}_n(T_{(m)}) = \max_{i \leq m} \min_{k \geq m} \frac{\sum_{i \leq j \leq k} \delta_{(j)}}{k - i + 1} \quad (2)$$

又对其性质进行了研究.

引理 1 [1] $F(x)$ 和 $G(x)$ 分别是 X 和 T 的分布函数,设 $F(x)$ 和 $G(x)$ 都连续,并且满足下列条件之一:

- 1) P_F 关于 P_G 绝对连续(P_H 表示 H 产生的测度);
- 2) $G(x)$ 严格增加,

设 t_0 满足 $0 < F(t_0), G(t_0) < 1, F(x)$ 和 $G(x)$ 在 t_0 处均可微,且有 $f(t_0) > 0, g(t_0) > 0$, 则

$$\frac{n^{\frac{1}{3}} \{ \hat{F}_n(t_0) - F(t_0) \}}{\left\{ \frac{1}{2} F(t_0) \left(1 - F(t_0) \frac{f(t_0)}{g(t_0)} \right) \right\}^{\frac{1}{3}}} \xrightarrow{L} 2Z \quad (3)$$

其中: $\xrightarrow{L}$ 表示依分布收敛; $Z = \sup \{ t: B(t) - t^2 = \sup_u \{ B(u) - u^2 \}, t \geq 0 \}$; $B(t)$ 是零初值的标准 Brown 运动.

在文 [1] 中,对一系列随机变量序列的依分布收

敛情况的叙述如下:

引理2^[9] 设 D 是 $R^{(m)}$ 中的开集, g 是 $R^{(m)}$ 上有限可测函数且在 D 上连续, 若 $\xi^{(n)}$ 依分布律收敛是 ξ , 记作是 $\phi(\xi^{(n)}) \xrightarrow{L} \phi(\xi)$, 且 $P_\varepsilon(D^c) = 0$, 则

$$\phi(g(\xi^{(n)})) \xrightarrow{L} \phi(g(\xi)). \quad (4)$$

在文[10]中, 对基于最小路径描述的复杂系统的可靠度解析表达式及其性质的叙述如引理3和引理4, 为了方便理解, 首先引入了相关定义:

定义1^[10] 设 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_{m+1})^T, \beta = (b_1, b_2, \dots, b_{m+1})^T$, 为两个 $m+1$ 维列向量.

记 $\alpha \dot{\vee} \beta = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{m+1})^T$, 其中 $\gamma_1 = a_1 + b_1, \gamma_i = \max(a_i, b_i), i = 2, \dots, m+1$.

定义2^[10] 设 $C = (c_1, c_2, \dots, c_k)$ 为 $(m+1) \times k$ 阶矩阵. 对于固定的 $j (j = 1, 2, \dots, k)$, 令 $f_{i_1, i_2, \dots, i_j} = c_{i_1} \dot{\vee} c_{i_2} \dot{\vee} \dots \dot{\vee} c_{i_j}$, 其中, $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_j \leq k$.

记 $\tilde{C}_j = (f_{i_1, i_2, \dots, i_j})$ 为所有以 $f_{i_1, i_2, \dots, i_j}$ 为列向量构成的 $(m+1) \times \binom{k}{j}$ 阶矩阵, 且与列的顺序无关.

定义3^[10] 设 Q 是一个 $(m+1) \times s$ 阶矩阵, 其中第一行是相等的正整数, 其余元素不是 0 就是 1. 对于 $2 \leq i \leq m+1$, 将 Q 的第 i 行每个 0 所在的列划去, 然后再将该行所有元素为 1 的改为 0, 其余不变. 得到的新矩阵定义为 $d(Q, i)$.

引理3^[10] 设独立子系统 S_i 的寿命分布函数为 $F_i(t)$, 其可靠度函数为 $R_i(t)$, 记 $\hat{R}_i(t) = 1 - F_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$. 系统 S 的最小路径矩阵为 $A_{m \times k}$, 寿命分布函数为 $F_{1,A}(t)$, 可靠度函数 $R_{1,A} = 1 - F_{1,A}(t)$,

记 $C = \begin{pmatrix} 1^T \\ A \end{pmatrix} = (c_1, c_2, \dots, c_k)$, 这里 $1^T = (1, 1, \dots,$

$1), \tilde{C}_j$ 为 $(m+1) \times \binom{k}{j}$ 阶矩阵, 则有 $R_{1,A}(t) = -$

$$\sum_{j=1}^k \tilde{R}^{\tilde{C}_j} = \psi_{1,A}(\tilde{R}(t)).$$

其中 $\tilde{R}(t) = (-1, R_1, R_2, \dots, R_m)^T$.

注意此引理中, $\psi_{1,A}(\tilde{R}(t))$ 就是基于最小路径矩阵的复杂系统, 以子系统可靠度表示系统可靠度的解析表达式.

引理4^[11] 设复杂系统 S 的最小路径矩阵 A 为 $m \times k$ 阶矩阵, 系统可靠度函数 $R_{1,A} = \psi_{1,A}(r_1, r_2,$

$\dots, r_m)$, 记 $C = \begin{pmatrix} 1^T \\ A \end{pmatrix} = (c_1, c_2, \dots, c_k)$, 这里 $1^T = (1,$

$1, \dots, 1), \tilde{C}_j$ 为 $(m+1) \times \binom{k}{j}$ 阶矩阵, 则有 $\frac{\partial R_{1,A}}{\partial r_j} =$

$$- \sum_{v=1}^k \tilde{R}^{d(\tilde{C}_v, i+1)},$$

$$\frac{\partial^2 R_{1,A}}{\partial r_i \partial r_j} = \begin{cases} - \sum_{v=1}^k \tilde{R}^{d(\tilde{C}_v, i+1, j+1)}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\tilde{R} = (-1, r_1, r_2, \dots, r_m)^T$.

下面考虑基于最小路径描述的复杂系统并且在子系统的寿命数据是区间型数据的条件下系统可靠度的估计问题, 并给出了估计的渐近分布:

设复杂系统 S 是由 m 个独立子系统 $S_1, S_2, \dots, S_m$ 构成的, 并且每个子系统 S_i 中的样本为 $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_{n_i}}$, 用式子(1)中的区间型数据 $\{T_i\}$ 的观察值来估计寿命分布函数, 每个子系统 S_i 的寿命分布函数 $F_i(t)$, 可靠度函数 $R_i(t) = 1 - F_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 其密度函数为 $f_i(x)$, 并且 $F_i(t)$ 估计量为形如式

(2) 的 $\hat{F}_i(t)$, 可靠度函数的估计量为 $\hat{R}_i(t)$, 记

$\hat{R}_i(t) = 1 - \hat{F}_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$. 系统 S 的最小路径

矩阵为 $A_{m \times k}$, 其寿命分布函数的估计形式为 $\hat{F}_{1,A}(t)$,

可靠度函数的估计形式为 $\hat{R}_{1,A} = 1 - \hat{F}_{1,A}(t)$, 记 $C =$

$\begin{pmatrix} 1^T \\ A \end{pmatrix} = (c_1, c_2, \dots, c_k)$, 这里 $1^T = (1, 1, \dots, 1)$, $\tilde{C}_j$ 为

$(m+1) \times \binom{k}{j}$ 阶矩阵, 则有 $\hat{R}_{1,A}(t) = - \sum_{j=1}^k \tilde{\hat{R}}^{\tilde{C}_j} =$

$\psi_{1,A}(\hat{R} \sim(t))$, 其中 $\tilde{\hat{R}}(t) = (-1, 1 - \hat{F}_1, 1 - \hat{F}_2, \dots, 1 - \hat{F}_m)^T, \hat{F}_m(t)$ 如式(2).

下面再考虑 $\hat{\psi}_{1,A}(\tilde{\hat{R}}(t))$ 的大样本性质:

定理1 设复杂系统 S 是有 m 个独立子系统 $S_1, S_2, \dots, S_m$ 构成的, T_i 是对区间型数据的刻画, 其分布函数为 $G_i(t)$, 其密度函数为 $g_i(x)$, 且满足下列条件之一:

1) P_{F_i} 关于 P_{G_i} 绝对连续 (P_H 表示 H 产生的测度).

2) $G_i(t)$ 严格增加, 而且 X_i 有密度 f_i, T_i 有密度 g_i , 设 t_0 满足 $0 < R_i(t_0), G_i(t_0) < 1$ 并且 $f_i(t_0) > 0, g_i(t_0) > 0$, 则由对式(4)的确定得到

$$n^{\frac{1}{3}} \{ \psi(\hat{R}(t_0)) - \psi(R(t_0)) \} \xrightarrow{L} W \quad (6)$$

这里 $W = -2 \sum_{k=1}^m \left[\sum_{v=1}^k \tilde{R}^{d(\tilde{C}_v, 2)} \right] \left\{ \frac{1}{2} (1 - R_k) \left[1 - (1 - R_k) \frac{f_k(t)}{g_k(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} \cdot Z_k$.

$Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 独立与 Z 有相同的分布, 这里 $Z = \sup \{t: B(t) - t^2 = \sup_u \{B(u) - u^2\}, t \geq 0\}$, $B(t)$ 是零初值的标准 Brown 运动,

证明: 因为 $R_i(t) = 1 - F_i(t)$, $\hat{R}_i(t) = 1 - \hat{F}_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$. 和引理 1 中式(3)得

$$\frac{n^{\frac{1}{3}}(R_i - \hat{R}_i)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_i) \left[1 - (1 - R_i) \frac{f_i(t)}{g_i(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}} \xrightarrow{L} 2Z \quad (7)$$

又由 m 元函数的泰勒公式, 得

$$\begin{aligned} \psi(R_1, \dots, R_m) - \psi(\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m) &= \sum_{i=1}^k \frac{1}{i!} \left[(R_1 - \hat{R}_1) \frac{\partial}{\partial R_1} + (R_2 - \hat{R}_2) \frac{\partial}{\partial R_2} + \dots + \right. \\ &\quad \left. (R_m - \hat{R}_m) \frac{\partial}{\partial R_m} \right]^i \cdot \psi(\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m) + r_k(R_1, R_2, \dots, R_m), \quad (8) \end{aligned}$$

上式中

$$\begin{aligned} r_k(R_1, R_2, \dots, R_m) &= \frac{1}{(k+1)!} \left[(R_1 - \hat{R}_1) \frac{\partial}{\partial R_1} + (R_2 - \hat{R}_2) \frac{\partial}{\partial R_2} + \dots + (R_m - \hat{R}_m) \frac{\partial}{\partial R_m} \right]^{k+1} \times \\ &\quad \psi(\hat{R}_1 + \theta(R_1 - \hat{R}_1), \hat{R}_2 + \theta(R_2 - \hat{R}_2), \dots, \hat{R}_m + \theta(R_m - \hat{R}_m)), 0 < \theta < 1. \end{aligned}$$

当 $k=1$ 时,

$$\begin{aligned} r_1(R_1, R_2, \dots, R_m) &= \frac{1}{2!} \left[(R_1 - \hat{R}_1) \frac{\partial}{\partial R_1} + (R_2 - \hat{R}_2) \frac{\partial}{\partial R_2} + \dots + (R_m - \hat{R}_m) \frac{\partial}{\partial R_m} \right]^2 \times \\ &\quad \psi(\hat{R}_1 + \theta(R_1 - \hat{R}_1), \hat{R}_2 + \theta(R_2 - \hat{R}_2), \dots, \hat{R}_m + \theta(R_m - \hat{R}_m)), 0 < \theta < 1. \end{aligned}$$

又因为式(7), 有

$$\begin{aligned} \hat{R}_i - R_i &= n^{-\frac{1}{3}} \cdot \left\{ \frac{1}{2}(1 - R_i) \left[1 - (1 - R_i) \frac{f_i(t)}{g_i(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} \times \\ &\quad \frac{n^{\frac{1}{3}}(R_i - \hat{R}_i)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_i) \left[1 - (1 - R_i) \frac{f_i(t)}{g_i(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} n^{-\frac{1}{3}} \cdot \left\{ \frac{1}{2}(1 - R_i) \left[1 - (1 - R_i) \frac{f_i(t)}{g_i(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} &\xrightarrow{P} 0, \\ \frac{n^{\frac{1}{3}}(R_i - \hat{R}_i)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_i) \left[1 - (1 - R_i) \frac{f_i(t)}{g_i(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}} &\xrightarrow{L} 2Z, \text{ 则} \end{aligned}$$

$$\hat{R}_i - R_i \xrightarrow{L} 0, \text{ 记 } \hat{R}_i \xrightarrow{L} R_i,$$

$$\text{故 } \hat{R}_i \xrightarrow{P} R_i, i = 1, 2, \dots, m. \text{ 并且 } \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_1 \partial R_2}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_1 \partial R_3}, \dots, \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_1 \partial R_m}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_2 \partial R_3}, \dots, \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_2 \partial R_m}, \dots, \frac{\partial^2 \psi}{\partial R_{m-1} \partial R_m}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 R_i}$$

都是有界的, 则余项 $r_1(R_1, R_2, \dots, R_m) \xrightarrow{P} 0$.

又由式(8)展开整理, 得

$$\begin{aligned} n^{\frac{1}{3}} [\psi(R_1, \dots, R_m) - \psi(\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_m)] &= \\ \frac{\partial \psi}{\partial R_1} n^{\frac{1}{3}}(R_1 - \hat{R}_1) + \frac{\partial \psi}{\partial R_2} n^{\frac{1}{3}}(R_2 - \hat{R}_2) + \dots + \\ \frac{\partial \psi}{\partial R_m} n^{\frac{1}{3}}(R_m - \hat{R}_m) + r_1(R_1, R_2, \dots, R_m) &= \\ \frac{\partial \psi}{\partial R_1} \cdot \frac{n^{\frac{1}{3}}(R_1 - \hat{R}_1)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_1) \left[1 - (1 - R_1) \frac{f_1(t)}{g_1(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}} \times \\ \left\{ \frac{1}{2}(1 - R_1) \left[1 - (1 - R_1) \frac{f_1(t)}{g_1(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} + \\ \frac{\partial \psi}{\partial R_2} \cdot \frac{n^{\frac{1}{3}}(R_2 - \hat{R}_2)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_2) \left[1 - (1 - R_2) \frac{f_2(t)}{g_2(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}} \times \\ \left\{ \frac{1}{2}(1 - R_2) \left[1 - (1 - R_2) \frac{f_2(t)}{g_2(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} + \dots + \\ \frac{\partial \psi}{\partial R_m} \cdot \frac{n^{\frac{1}{3}}(R_m - \hat{R}_m)}{\left\{ \frac{1}{2}(1 - R_m) \left[1 - (1 - R_m) \frac{f_m(t)}{g_m(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}} \times \\ \left\{ \frac{1}{2}(1 - R_m) \left[1 - (1 - R_m) \frac{f_m(t)}{g_m(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}} + \\ r_1(R_1, R_2, \dots, R_m). \end{aligned}$$

再由于引理 4 中的式子(5), 得

$$n^{\frac{1}{3}} \{ \psi(\hat{R}(t_0)) - \psi(R(t_0)) \} \xrightarrow{L} W, \text{ 定理证毕.}$$

定理 1 的给出为在区间型数据下, 系统可靠度的置信下限的估计, 系统可靠度假设检等问题的解决提供了一个近似的方法, 在此仅应用于系统可靠度的置信下限估计问题中.

$$\text{取 } \hat{W} = \sum_{k=1}^m \hat{a}_k \cdot Z_k$$

$$\text{其中 } \hat{a}_k = -2 \left[\sum_{v=1}^k \hat{R} \sim^{d(\hat{c}_v, 2)} \right] \left\{ \frac{1}{2}(1 - \hat{R}_k) \left[1 - (1 - \hat{R}_k) \frac{f_k(t)}{g_k(t)} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}, k = 1, 2, \dots, m.$$

步骤如下:

1) 对 $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ 分别独立抽样得到 $z_1, z_2, \dots$

$\cdots, z_m$, 然后计算得 W_1 ;

2) 重复 (1) n 次, 得到 $\hat{W}_1, \hat{W}_2, \cdots, \hat{W}_n$, 并记其次顺统计量为 $\hat{W}_{(1)}, \hat{W}_{(2)}, \cdots, \hat{W}_{(n)}$.

3) 那么系统可靠度 $1 - \alpha$ 置信下限近似为 $\hat{\psi} - n^{-\frac{1}{3}} \hat{W}_{(1-p)}$.

参考文献:

- [1] 郑祖康, 丁邦俊. 关于区间数据的分布函数估计问题 [J]. 应用概率统计, 2004, 12(2): 35 - 38.
- [2] ARAGON J, EBERLY D. On Convergence of Convex Minorant Algorithms for Distribution Estimation with Interval Censored Data, J. of Computational and Graphical Statist, 1992(1): 129 - 140.
- [3] FRYDMAN H. A Note on Nonparametric Estimation of the Distribution Function from Interval-censored and Truncated Observation [J]. J. Roy. Statist. Soc. B, 1994(56): 71 - 74.
- [4] GESKUS R, GROENEBOOM P. Asymptotically Optimal Estimation of Smooth Functional for Interval-censoring [J]. Case2, Ann. Statist, 1999(27): 627 - 674.
- [5] 刘秀芳. 随机变量的连续函数的收敛性 [J]. 北京师范大学学报, 1981(3): 21 - 22.
- [6] 于丹, 赵勇辉, 薛宏旗. 指数寿命定时截尾数据情形下可靠度的置信限 [J]. 系统科学与数学, 1999, 19(2): 240 - 245.
- [7] 闫霞, 于丹, 李国英. 求参数函数置信限的一般性 WCF 方法及其应用 [J]. 数学物理学报, 2007, 27A(2): 229 - 239.
- [8] 于丹. 复杂系统可靠性分析中的若干统计问题与进展 [J]. 系统科学与数学, 2007, 27(1): 68 - 81.
- [9] 李学京. 可靠性综合验证方法研究 [D]. 北京: 中国科学院文献情报中心, 2007: 42 - 47.
- [10] ZHANG Guozhi, LIU Di, KONG Fanliang, YANG Zhenhai. Expression and Algorithm Implementation of Reliability for Complex System [J]. Advances in Systems Science and Applications, 2008, 8(4): 421 - 429.
- [11] ZHANG Guozhi. Properties of Estimation of Distribution Function for Complex System [J]. Advances in Systems Science and Applications, 2008, 8(4): 667 - 674.

(编辑: 付长缨)

(上接第 107 页)

参考文献:

- [1] 吴从炘, 王廷辅. Orlicz 空间及其应用 [M]. 哈尔滨: 黑龙江科技出版社, 1983: 1 - 201.
- [2] 吴从炘, 王廷辅, 陈述涛. Orlicz 空间几何理论 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1986: 1 - 200.
- [3] CUI Y A, HUDZIK H, PETROT N. Basic Topological and Geometric Properties of Cesaro-Orlicz Spaces [J]. Proc. Indian Acad. Sci., 2005, 115(4): 461 - 476.
- [4] 段丽芬, 崔云安. 广义 Orlicz 范数和广义 Luxemburg 范数 [J]. 兰州理工大学学报, 2006, 4(32): 131 - 134.
- [5] 俞鑫泰. Banach 空间几何理论 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 1986: 6 - 12.
- [6] 段丽芬, 崔云安. Orlicz 空间的 k -端点和 k -强端点 [J]. 哈尔滨理工大学学报, 2004, 4(9): 132 - 135.
- [7] 崔云安, 王廷辅. Orlicz 空间的强端点 [J]. 数学杂志, 1987(4): 335 - 340.
- [8] 段丽芬, 崔云安. 赋广义 Orlicz 范数的 Orlicz 空间的端点 [J]. 浙江大学学报, 2007, 34(3): 251 - 256.
- [9] CUI Y A, DUAN L F, HUDZIK H. Basic Theory of p -Amemiya Norm in Orlicz Spaces ($1 \leq p \leq \infty$): Extreme Points and Rotundity in Orlicz Spaces Equipped with These Norm [J]. Nonlinear Analysis, 2008, 69(5-6): 1796 - 1816.
- [10] CHEN S T. Geometry of Orlicz Space [M]. Warszawa: Dissertation Math., 1992: 1 - 191.

(编辑: 付长缨)